

令和5年度個別学力試験問題

数 学

(理 工 学 部)

解答時間 100分

配 点 200点

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 受験番号を解答用紙の所定の欄に記入してください。
3. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入してください。
4. 解答用紙のうら面は使用してはいけません。
5. 試験時間中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁及び汚損等がある場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
6. 問題冊子及び計算用紙は持ち帰ってください。

1 直角三角形 ABC において $AB = 5$, $BC = 12$, $CA = 13$ とする。∠A の二等分線と辺 BC の交点を D とする。

- (1) 線分 AD の長さを求めなさい。
- (2) ∠A の二等分線と △ABC の外接円の交点のうち、点 A と異なる点を E とする。線分 DE の長さを求めなさい。
- (3) △ABC の外接円の中心を O とし、線分 BO と線分 AD の交点を P とする。AP : PD を求めなさい。
- (4) △ABC の内接円の中心を I とする。AI : ID を求めなさい。

2 等比数列 $\{a_n\}$ は $a_2 = 3$, $a_5 = 24$ を満たし、 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ とする。また、数列 $\{b_n\}$ は、

$$\sum_{k=1}^n b_k = \frac{3}{2} b_n + S_n$$

を満たすとする。

- (1) 一般項 a_n と S_n を n を用いてそれぞれ表しなさい。
- (2) b_1 の値を求めなさい。
- (3) b_{n+1} を b_n , n を用いて表しなさい。
- (4) 一般項 b_n を n を用いて表しなさい。

3 $0 \leq k \leq 2$ とし,

$$S(k) = \int_k^{k+1} |x^2 - 2x| dx$$

とする。

- (1) 関数 $y = |x^2 - 2x|$ のグラフを描きなさい。
- (2) $0 \leq k \leq 1$ のとき, $S(k)$ を k を用いて表しなさい。
- (3) $0 \leq k \leq 1$ のとき, $S(k)$ の最大値とそのときの k の値を求めなさい。
- (4) $1 \leq k \leq 2$ のとき, $S(k)$ を k を用いて表しなさい。
- (5) $1 \leq k \leq 2$ のとき, $S(k)$ が最小となる k の値を求めなさい。

4 曲線 C を媒介変数 θ を用いて

$$\begin{cases} x = 3 \cos \theta \\ y = \sin 2\theta \end{cases} \quad \left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \right)$$

と表す。

- (1) 曲線 C 上の点で, y 座標の値が最大となる点の座標 (x, y) を求めなさい。また, 曲線 C 上の点で, y 座標の値が最小となる点の座標 (x, y) をすべて求めなさい。
- (2) 曲線 C と x 軸で囲まれた図形の面積 S を求めなさい。
- (3) 曲線 C と x 軸で囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積 V を求めなさい。